

به نام خدا

امتحان میان‌ترم دوم مکانیک تحلیلی II دانش‌گاه الزهرا - اردیبهشت ۹۴

مسئله ۱) ذره‌ای تحت تاثیر نیروی مرکزی

$$\mathbf{F} = -\frac{A}{r^3} \mathbf{e}_r$$

است. مرکز نیرو را مبدا مختصات بگیرید. ذره وقتی در فاصله‌ی  $r_0$  از مرکز نیرو است با سرعت اولیه‌ی  $v_0 \mathbf{e}_\theta$  پرتاب می‌شود.

الف- لاگرانژی این دستگاه چیست؟

ب- ثابت‌های حرکت کدامند؟ مقدارشان چیست؟

ج- همیلتونی این سیستم چیست؟

مسئله ۲) ذره‌ای به جرم  $m$  مقید است که روی سطح درونی مخروطی با زاویه‌ی نیم‌رأس  $\theta_0$  حرکت کند.

الف- لاگرانژی حرکت این جرم در مختصات استوانه‌ای چیست؟

ب- همیلتونی این سیستم چیست؟

مسئله ۳) روی میله‌ای که معادله‌ی آن به صورت  $z = \alpha \rho^2$  است، دانه‌ی تسبیحی بدون اصطکاک و آزادانه می‌تواند حرکت کند.  $\alpha$  ثابتی مثبت است. این میله با سرعت زاویه‌ای ثابت  $\omega = \omega_0 \mathbf{k}$  می‌چرخد.

الف- لاگرانژی را برای دانه‌ی تسبیح بنویسید.

ب- ثابت یا ثابت‌های حرکت کدامند؟

ج- آیا بسامدی وجود دارد که حرکت دانه‌ی تسبیح پایا باشد؟ (یعنی در چارچوب

دستگاه دوار میله، دانه‌ی تسبیح ساکن باشد). آن‌ها پایدارند یا ناپایدار؟

